[0]versióncero

Haciendo un stock de inferencias deductivas*

María Fernanda Pallares
FHCE, Udelar
pallaresmf@gmail.com

Resumen

De qué trata la lógica puede ser presentado de diversas maneras, por ejemplo, colocando el énfasis en la evaluación argumental o en el estudio de lenguajes formales. En cualquier caso, es altamente probable que se necesite introducir el concepto de *deducción*. Frecuentemente, cuando hay ya una especialización en la enseñanza media, el estudiante ingresa a un grado en filosofía no solamente sin reflexión sobre demostraciones, sino también sin práctica demostrativa. Esto disminuye drásticamente el conjunto de ejemplos de inferencias que colaborarían con la comprensión del concepto de deducción. En este texto, se expone la experiencia de introducción de resolución de acertijos para una mejor comprensión del concepto de *inferencia deductiva* en el curso básico de lógica en un grado de filosofía[1].

Palabras llave. enseñanza de la lógica, lógica para filosofía, resolución de problemas, inferencias deductivas, deducción natural.

Abstract

*Agradezco la lectura de mi compañero del Departamento de Lógica y Filosofía de la Lógica, José Seoane, así como el intercambio de ideas. Como siempre, si bien las elecciones docentes son individuales, resultan de una permanente discusión en equipo.

[1]Se trata del curso de Lógica I del grado en Filosofía de Udelar. La asignatura se ofrece a estudiantes del primer año.

What logic is about can be presented in several ways. For instance, we can emphasize on argumentative evaluation or on the study of formal languages. In any case, it is highly likely that the concept of *deduction* will need to be introduced. Frequently, when secondary school is divided into branches, the student starts a degree in philosophy not only without reflection on proofs, but also without demonstrative practice. This drastically reduces the set of examples of inferences that would assist in understanding the concept of deduction. In this text, the experience of puzzle solving is exposed for a better understanding of the concept of *deductive inference* in the basic course of logic in a philosophy degree[2].

Keywords. teaching of logic, logic for philosophy, problem solving, deductive inferences, natural deduction.

1. Introducción.

Parece razonable al inicio de un curso, presentar el objeto de estudio de la disciplina y cuando esto sucede en un primer curso de lógica para estudiantes de filosofía se manifiestan ciertas dificultades que son en parte resultado de la falta de acercamiento a demostraciones matemáticas que tienen los estudiantes que ya se perfilan, en el bachillerato, hacia un ámbito de humanidades. Ya sea que se hable de *inferencias*, *argumentos*, *enunciados* o *proposiciones*, muy al inicio del curso se requiere referir a una clase de inferencias cuya conclusión es consecuencia lógica de las premisas. Nuestra experiencia indica que la presentación de la definición de este concepto está lejos de ser suficiente y que, ante un ejemplo de inferencia muy fuerte pero no deductiva, buena parte de los alumnos responde que es deductiva.

No me extenderé profusamente aquí en la defensa de la resolución de problemas para el aprendizaje de la lógica. Un primer acercamiento al uso de acertijos puede verse en el trabajo de Ertola (2002) y en los mencionados en sus referencias bibliográficas como los trabajos ya clásicos de Polya y de Smullyan. En cierto modo,

[2] We are referring to the course Logic I of the degree in Philosophy of Udelar. The course is offered to first-year students.

este texto puede ser visto como una ejemplificación de las ideas presentadas por Ertola.

Debido a las particularidades de un curso de lógica en filosofía, que es la única ciencia en ese contexto de aprendizaje, todos los docentes hacemos un proceso de depuración de materiales que evaluamos constantemente. Muchos consideramos conveniente tomar como punto de referencia un mismo texto a lo largo del curso por lo menos para facilitar el seguimiento de la notación y de las definiciones y también fijar de qué tipo de objeto estamos hablando, si de objetos abstractos, lingüísticos o mentales. Los ejemplos expuestos a continuación puede aprovecharse de manera independiente a esas elecciones.

La siguiente exposición toma como punto de referencia algunos acertijos del primer capítulo del libro de Molina (2016) cuyo objetivo es introducir el concepto de validez inferencial. Al inicio del curso en el cual nos basamos, se denominan *válidas* o *deductivas* a las inferencias en las cuales *es imposible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa* destacándose luego el caso de las inferencias válidas en virtud de su forma como el objeto principal de la lógica. Tenemos entonces una primera instancia de problemas volcada a la diferencia entre inferencias deductivas y no deductivas (que se presenta en el punto 2) y posteriormente un grupo de acertijos à la Smullyan[3] (en el punto 3) para centrarnos en la relación entre el significado de determinadas partículas del lenguaje y la corrección de inferencias de determinada forma[4]. En su conjunto, colaboran con la comprensión del aspecto modal y formal de las inferencias a las que se dedica el curso. Todas las actividades comentadas a continuación se realizan colectivamente, excepto el trabajo con el primer par de

[3]Hay abundante bibliografía sobre el uso de los acertijos de Smullyan. Lo que realizamos en este caso es exponer su aprovechamiento en varias etapas de un curso estándar de lógica.

[4]Quien consulte el libro de Molina va a encontrarse con una modificación en la presentación de los acertijos clásicos de Smullyan que obedece al respeto a los derechos de autor: los problemas y conceptos matemáticos están excluidos de dicha protección, pero no la forma de expresión. Si se desarrolla una parte de la actividad docente trabajando con acertijos se puede incluso incluir instancias de reflexión sobre los mismos, diferenciando la situación que se plantea de la forma en que se presenta, incentivando su modificación, ensayando variaciones y creando nuevos problemas. Saber extraer el problema matemático de su expresión es otra forma de aprovechamiento de los mismos que, por falta de tiempo, no realizamos en el curso

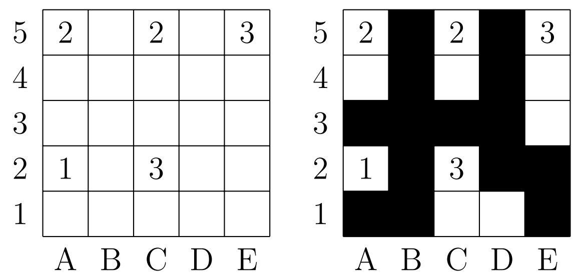
acertijos para el cual se dan algunos minutos para pensarlos individualmente antes de discutirlo con los compañeros más próximos y procediendo luego a la puesta en común.

2. Razonamientos deductivos y no deductivos

El primer par de acertijos (*Nurikabe* y *El Oso*) se destina a distinguir inferencias deductivas de las que no lo son y se presentan en la primera clase del curso. La indicación dada a los estudiantes es no solo resolver los acertijos, sino justificar cómo saben que sus respuestas son la solución al mismo.

2.1. Acertijo 1.

Cada Nurikabe[5] se presenta como una grilla con números en algunas casillas debiéndose determinar cuáles son blancas y cuáles negras de acuerdo a un conjunto de reglas. La grilla a la izquierda presenta el estado inicial del acertijo y a la derecha, el mismo con su solución.



Las reglas son:

[5]Información adicional sobre el juego puede encontrarse en: es.wikipedia.org/wiki/Nurikabe

1. *Representando el negro al agua y el blanco a parte de una isla, toda casilla debe quedar al final en negro o en blanco.*

2. *Todas las casillas que representan agua deben quedar conectadas a través de los lados; es decir se debe poder ir desde cualquier casilla negra hasta cualquier otra casilla negra sin pasar jamás por una blanca. El contacto de dos casillas negras en un vértice pero no en un lado no cuenta como conexión.*

3. *No debe quedar ningún cuadrado de 2 por 2 formado solamente por casillas negras.*

4. *Cada casilla numerada debe estar en una isla (grupo de casillas blancas) formada por tantas casillas como indica su número. Las islas están formadas por casillas conectadas por un lado. Ninguna isla debe tener más de una casilla numerada en su interior.*

Respetando las reglas y dada una determinada configuración, la solución es única. Presentar un primer nurikabe a modo de ejemplo y luego un segundo para que realicen los estudiantes resulta suficiente para el trabajo sobre las inferencias, considerando que la resolución de acertijos no es un objetivo del curso, sino un medio de obtener ejemplos para un mejor acercamiento al concepto de *inferencia deductiva*. Nuestro curso indica un tercero en el marco del práctico para realizar en domicilio. Comenzar el curso con el Nurikabe colabora en:

(a) Introducir el concepto de *inferencia deductiva* a partir de un conjunto de inferencias realizado por el estudiante y no mediante la presentación de ejemplos realizada por el docente. Se vincula así la caracterización de conceptos a acciones del estudiante.

(b) Enfocar al estudiante en determinadas exigencias sobre la justificación de las afirmaciones que realiza.

(c) Introducir la importancia de la chequeabilidad.

En la etapa de resolución de acertijos se enfatiza la explicación del razonamiento por parte del estudiante y la justificación de cada afirmación. La conversión de la información del acertijo al formato de inferencia dista de ser trivial. Véase que el nurikabe tiene la particularidad de que la información con la que se cuenta se organiza diversas categorías: información dada por las reglas del juego (que son comunes a todos los acertijos nurikabe), información brindada por el acertijo específico, información sobre el razonamiento que ha llevado a decidir que una determinada casilla debe ser de un determinado color junto con su justificación, y el resultado final. En nuestra experiencia, el pasaje de los problemas (con su solución) a la caracterización de inferencias requiere de cierto direccionamiento en la clase. Que no es trivial es lo indica también, la experiencia con el resto de los ejercicios brindados en el práctico del capítulo 1 del libro de Molina en el cual se alternan los acertijos con preguntas sobre las inferencias realizadas, pidiendo identificarlas y evaluarlas. Buena parte de los estudiantes no consigue modificar sin ayuda la información del problema de modo tal que funcione como premisas de una inferencia. Es un trabajo que en general se hace guiado. Considerando que el objetivo de la actividad tampoco es específicamente la asociación de problemas a inferencias, la identificación de los diferentes tipos de información y el rol en el marco inferencial puede ser realizado en conjunto por el docente y el grupo. Lo importante en este caso ha sido la posibilidad de obtener una inferencia deductiva asociada a la práctica deductiva del propio estudiante y que nos parece bastante más interesante que los ejemplos a veces llamados *de laboratorio* que son usuales en los textos de lógica. Colocamos a continuación, la inferencia tal como está reconstruida por Molina[6] en el mismo capítulo:

[6]Molina (2016), p.10.

Inferencia del nurikabe

En un nurikabe de 5x5, en la casilla A2 hay un 1; en las casillas A5 y C5 hay un 2; en la casilla E5 hay un 3 y ninguna casilla, además de estas, contiene un número.
Toda casilla del nurikabe es blanca o negra (y no ambas cosas).
Todas las casillas negras están conectadas por negras y no hay cuatro casillas negras que ocupen la intersección de dos filas consecutivas con dos columnas consecutivas.
Si una casilla contiene el número n es blanca y existen exactamente n-1 casillas blancas que no tienen número y están conectadas con ella.
Además, todas las casillas blancas que no contienen un número están conectadas por blancas con exactamente una casilla que sí contiene un número.

Las casillas A2, A4, A5, C1, C2, C4, C5, D1, E3, E4, E5 son blancas; las restantes son negras.

Merecen destacarse algunas posibilidades de la discusión sobre la caracterización de los argumentos. El ejemplo de inferencia deductiva resultado del nurikabe queda, durante toda la parte del curso en que se presenta el lenguaje formal proposicional, restringido al *conjunto de premisas* y *conclusión*. De hecho, la caracterización realizada en el curso de *argumento* es como un par formado por un conjunto de proposiciones a las que denominamos *premisas* y una proposición a la que denominamos *conclusión*. Cuando se presenta el sistema de deducción natural (como se muestra en este texto más adelante) se recupera la información de los razonamientos realizados en clase representado los argumentos con una estructura más compleja consistente en: *premisas*, *pasos*, *formas de justificación*, *conclusión* [7].

[7] Una presentación sobre diferentes caracterizaciones de argumentos puede verse en "Teoría lógica y modelos argumentales", cap. 9 de Seoane (2014)

2.2. Acertijo 2.

El segundo acertijo trabajado, denominado *El oso*, se presenta inmediatamente después del nurikabe y es el siguiente:

> *Un oso camina 10 kilómetros hacia el sur, 10 hacia el este, y 10 hacia el norte, volviendo al punto del que partió. ¿Cuál es el color es el oso?*

Haciendo a un lado el desconcierto habitual que se produce si se piensa en un plano y que por lo tanto la letra sería incorrecta, habiendo solo un par de regiones en el planeta donde se podría cumplir la letra del problema, resulta altamente probable que el lugar sea el polo norte, y se trate de un oso blanco. La exposición de la respuesta al acertijo puede llevar unos minutos, para lo cual es conveniente llevar algunos diagramas preparados mostrando la situación descrita en el problema en un diagrama de paralelos y meridianos[8]. La inferencia reconstruida a partir de la información del acertijo es la siguiente:

Inferencia del oso

Un oso caminó 10 kilómetros al sur de su punto de partida, giró al este y caminó 10 kilómetros, giró al norte, caminó 10 kilómetros y volvió a su punto de partida.

El oso es blanco.

La presentación de esta respuesta se da en contraposición al nurikabe: si bien es muy razonable responder que el oso es blanco, el *posible* que, siendo verdadera la premisa, *El oso es blanco* sea falso. En este caso, este acertijo no parece tener ventajas especiales y de hecho es bastante conocido. Pero sí es importante la presentación de un problema (sea cual sea) que de lugar a inferencias no deductivas pero muy

[8]Una exposición detallada de la explicación del acertijo se puede encontrar en el mismo primer capítulo de Molina (2016)

altamente razonables de manera de, aunque no vayan a ser objeto de estudio en el curso, colaborar con la comprensión de la razonabilidad y buena calidad que pueden tener ciertas inferencias que no son deductivas.

El manejo de este par de acertijos permite:

(a) Tener un par de ejemplos fácilmente identificables en la memoria de los estudiantes pudiendo ser mencionadas a lo largo del curso como *inferencias al estilo del nurikabe* e *inferencias al estilo del oso*.

(b) Contar con puntos de referencia que se distancian de las concepciones de deducción que se recuerdan de la enseñanza secundaria. Preguntando al inicio de la primera clase *¿Qué piensan ustedes que es la lógica?*, *¿De qué trata la lógica?*, se presenta generalmente la idea de que *la lógica estudia las leyes del pensamiento*, se menciona a Aristóteles, y una vez que la participación de algún estudiante introduce la terminología deducción/inducción, es generalizada la asociación de lo deductivo a un pasaje de lo general a lo particular y lo inductivo como el pasaje de lo particular a lo general. Estos ejemplos contribuyen a diluir esa asociación.

(c) Motivar la introducción de diversos elementos con los que se trabajará: *qué es una conclusión*, *qué es una premisa*, *qué es (de manera más precisa) una inferencia*, *información lingüística y no lingüística en la actividad inferencial*, *qué características tienen las expresiones lingüísticas que participan de ella*, etc. Con lo anterior se cuenta con los elementos necesarios para presentar los conceptos de *inferencia*, *argumento*, *enunciado* y *proposición*, *valores de verdad*, *argumento deductivo* y *no deductivo*.

2.3. Acertijo 3.

Una vez introducido el concepto de argumento deductivo, se procede a trabajar diferentes tipos: válidos en virtud del significado y válidos en virtud de la forma. El conjunto de acertijos à la Smullyan se destina a llamar la atención sobre la forma, especialmente sobre la función que tiene el significado de determinadas partículas del lenguaje en la corrección lógica de ciertas inferencias. Si bien posteriormente se resalte que esos elementos lingüísticos son simplemente indicadores del tipo de proposición que se puede estar expresando, se utilizan para estimular el análisis de las condiciones de verdad y dirimir qué tipo de proposición se está expresando. Pero especialmente colaboran en llamar atención al significado de ciertos elementos de los enunciados y cómo se sigue de esos significados, la corrección de las inferencias[9].

> *Sócrates se encontró con dos habitantes de la isla A y B. A dijo: "B y yo somos escuderos". ¿Qué son A y B?*

Este acertijo introduce una discusión sobre el comportamiento de una conjunción viéndose que en este marco un escudero, si bien no podría expresar *Yo soy escudero* sí podría expresar la conjunción *B es escudero y yo soy escudero* que es falsa si al menos uno de sus componentes lo es. Justamente se trata de poder ir viendo las circunstancias bajo las que determinadas proposiciones son verdaderas y bajo las que son falsas. En Smullyan (2007) se puede encontrar un conjunto de problemas destinados a la comprensión de la semántica de los conectivos proposicionales. Si uno elige dedicar algo de tiempo en las primeras clases a los acertijos de esta clase, el comportamiento semántico de cada conectivo en el marco de la lógica proposicional clásica se podrá hacer sin mayor preámbulo. Es decir, es un tiempo que luego se recupera en la semántica del lenguaje formal.

Pero este tipo de acertijo puede ser aprovechado en varios momentos que se dan habitualmente en los cursos básicos: (1) un primer momento de análisis en lenguaje

[9]De la misma forma en que el trabajo con Nurikabe requiere de la presentación y comprensión de las reglas, también la presentación de este grupo de acertijos de Smullyan requiere de una introducción sobre las condiciones de la isla: los caballeros siempre dicen la verdad, los escuderos siempre mienten y todos los habitantes de la isla son o caballeros o escuderos. Algunas pautas y pocos ejemplos son suficientes, como por ejemplo que todos pueden expresar *Soy caballero* justamente porque un caballero estaría diciendo algo verdadero y un escudero, algo falso y también que ningún habitante de la isla puede expresar *Soy escudero* porque un caballero estaría mintiendo y un escudero diciendo la verdad. Pero es conveniente hacer unas pruebas en la presentación, del tipo de expresiones que puede decir cada tipo de habitante.

natural como práctica deductiva (como en estas primeras clases), (2) en el marco de la semántica proposicional y finalmente, (3) en la introducción del sistema de deducción natural. De esta manera, se puede analizar esta práctica inferencial de manera informal y formal y también tanto desde el punto de vista semántico como sintáctico.

Exponemos a continuación ejemplos de seguimiento en estas tres etapas.

2.3.1. Resolución en lenguaje natural y discusión sobre el valor de verdad de proposiciones complejas.

Los acertijos de Smullyan agregan complejidad: requieren el uso de supuestos, el análisis de casos y procedimientos por absurdo. Muchos de los casos se analizan justamente descartando posibilidades porque conducen a situaciones imposibles según las reglas de la isla. Algo más de tiempo lleva la presentación de la primera etapa se quiere aprovecharlos para un número mayor de constantes lógicas.

Véase que perfectamente se puede hacer una presentación de valores de verdad de manera absolutamente informal facilitando la introducción de la semántica (clásica) del lenguaje proposicional (considerando *B es escudero y yo soy escudero* como una paráfrasis de *B y yo somos escuderos*) e ir desarrollando la tabla de verdad a partir de preguntas del tipo *¿En qué circunstancias podría ser ese enunciado falso?*, pudiéndose revisar caso por caso:

(a) Que ambos sean escuderos. Se descarta porque el hablante A estaría diciendo la verdad sobre su condición.

(b) Que B sea caballero y A escudero. Ok.

(c) Que A sea caballero y B escudero. No puede ser porque ya está descartado que A sea caballero. (Y por la misma razón, que ambos sean caballeros).

Usualmente, algunos estudiantes necesitan hacer el chequeo por casos y otros pueden hacerlo mediante el uso de supuestos. Con la información dada por estos últimos se pude extraer un razonamiento como el siguiente:

> *A puede ser caballero o escudero. Si A es caballero, no podría expresar el enunciado ya que estaría mintiendo al atribuirse la pertenencia a la clase de escuderos. Por lo tanto A es escudero. Por lo tanto, todo lo dicho por él debe ser falso. Así que la conjunción B y yo somos escuderos es falsa, siendo B es escudero falsa y Yo soy escudero verdadera. Entonces, B es caballero y A es escudero.*

se puede finalizar con una tabla informal de la conjunción de dos proposiciones (debiendo en algún momento aclarar que lo importante no es el "y"del lenguaje sino su papel y significado):

p	y	q
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	F	F

Recuérdese que este trabajo corresponde al inicio del curso en una etapa en la cual no se ha presentado aun el lenguaje formal.

2.3.2. Solución de acertijos en la búsqueda de modelos

En una segunda instancia del curso y luego de presentado el lenguaje formal se puede revisar la posibilidad de tener un procedimiento mecánico para resolver los problemas vistos y asociar la búsqueda de modelos a la búsqueda de la solución del acertijo. Considerando X como representando a un nativo de la isla y p como una proposición expresada por X, p resulta verdadera en caso de que X sea caballero y falsa en caso de que no lo sea. Representando "X es caballero" como C_X, podemos iniciar el trabajo con la pregunta *¿Cómo podemos simbolizar la relación lógica existente entre C_X y p (donde p es lo dicho por X)?*[10] resultando que:

[10]En determinadas instancias, para facilitar el trabajo, usamos simbología que no está enmarcada en la sintaxis del lenguaje formal presentado, aclarando que nos tomamos esa licencia con el objetivo

$$\textit{Si X dice p, entonces } C_X \Leftrightarrow p$$

Se puede entonces, revisar cómo se representaría el enunciado del acertijo:

C_A	$\Leftrightarrow$	$(\neg C_A$	$\wedge$	$\neg C_B)$
V	F	F	F	V
V	F	F	F	F
F	F	V	V	V
F	V	V	F	F

donde el bicondicional resulta verdadero para las interpretaciones que asignan F a C_A y V a C_B con los modelos dando información sobre la solución al acertijo.

2.3.3. Introducción al sistema de deducción natural

En una tercera etapa de aprovechamiento de los acertijos de Smullyan y como introducción al sistema de deducción natural, se retoma el razonamiento sobre el acertijo expresado en lenguaje natural realizado al inicio del curso analizando las inferencias e intentando realizar los pasos inferenciales más simples y sin mayores problemas a esta altura de si las inferencias que se van identificando serán luego parte del conjunto de reglas básicas o derivadas del sistema. Así se comienza rescatando el razonamiento realizado al inicio del curso (que se encuentra básicamente en la columna de "lenguaje natural"de la siguiente tabla) para posteriormente proceder a su representación en ese lenguaje coloquial que hemos usado en la etapa de las tablas de verdad. El trabajo en esta etapa, de tipo colectivo, finalizaría completando una tabla similar a la siguiente:

de abreviar y facilitar su uso en un determinado contexto. De la misma manera, trabajamos con $\neg C_A$ en vez de E_A para representar *A es escudero*.

N_o	fórmula (coloquial)	Lenguaje natural	Justificación
1	$C_A \Leftrightarrow (\neg C_A \wedge \neg C_B)$	A es caballero si y solo si A y B son escuderos	Premisa (condición bajo la cual se plantea el problema y aceptamos sin condiciones en nuestro razonamiento).
2	$C_A \Rightarrow (\neg C_A \wedge \neg C_B)$	Si A es caballero entonces A es escudero y B es escudero	Por 1
3	$(\neg C_A \wedge \neg C_B) \Rightarrow C_A$	Si A es escudero y B es escudero, entonces A es Caballero	Por 1
4	C_A	Supongamos que A es caballero	Supuesto
5	$(\neg C_A \wedge \neg C_B)$	Entonces se seguiría que A es escudero y B es escudero	Por 2 y 4
6	$\neg C_A$	En particular se sigue que A es escudero	Por 5
7	$(C_A \wedge \neg C_A)$	arribamos a una contradicción	Por 4 y 6
8	$\neg C_A$	A no es caballero (y como miente, se sigue que)	Por lo deducido en 7, el supuesto de la línea 4 es inadmisible y es por eso que podemos inferir $\neg C_A$

9	$\neg(\neg C_A \wedge \neg C_B)$	No es cierto que A y B sean ambos escuderos	Modus Tollens 3 y 8
10	$(C_A \vee C_B)$	Entonces A es caballero o B es caballero	De Morgan, 9.
11	C_B	Como ya sabemos que A no es caballero, y por lo menos uno de los dos tiene que serlo, entonces B tiene que ser caballero.	Por 8 y 10.
12	$(\neg C_A \wedge C_B)$	Luego, A es escudero y B es caballero	Conjunción de 8 y 11

Véase que en este caso, no es exactamente la formalización del argumento realizado al inicio del curso, sino un trabajo de análisis del mismo a la luz de reglas que ya se han ido conociendo a lo largo del curso. Se trata de reorganizar la demostración de acuerdo a las posibilidades de manipulación que ofrecen ciertas reglas de inferencia. Es decir, a pesar de estar en una etapa previa a la presentación del sistema de reglas de deducción natural, los estudiantes ya han tenido posibilidad de identificar algunas como Modus Ponens, Modus Tollens, Silogismo disyuntivo y algunos procedimientos indirectos.

2.3.4. Realización de la derivación en el sistema de deducción natural

Finalmente, una vez que se ha presentado el sistema, se puede incluir como ejemplo, la derivación de la conclusión a partir de las premisas probando que:

$$\{(p_1 \leftrightarrow (\neg p_1 \wedge \neg p_2))\} \vdash (\neg p_1 \wedge p_2)$$

1	$(p_1 \leftrightarrow (\neg p_1 \wedge \neg p_2))$	
2	$(p_1 \rightarrow (\neg p_1 \wedge \neg p_2))$	
3	$((\neg p_1 \wedge \neg p_2) \rightarrow p_1)$	
4	$\quad p_1$	
5	$\quad (\neg p_1 \wedge \neg p_2)$	$E_{\rightarrow}$, 2, 4
6	$\quad \neg p_1$	$E_{\wedge}$, 5
7	$\quad (p_1 \wedge \neg p_1)$	$I_{\wedge}$, 4, 6
8	$\neg p_1$	$I_{\neg}$, 4–7
9	$\neg(\neg p_1 \wedge \neg p_2)$	MT, 3, 8
10	$(p_1 \vee p_2)$	De Morgan, 9
11	p_2	SD, 8, 10
12	$\neg p_1 \wedge p_2$	$I_{\wedge}$, 8, 11

3. Comentarios finales

Considerando la experiencia docente presentada por Ertola en el trabajo mencionado, me gustaría comentar a continuación un par de puntos referidos por él que colaboran con una acertada elección de acertijos: que los problemas no sean ni muy triviales ni muy complicados y en segundo lugar, que no tengan una solución mecánica. Es claro que la elección depende de los objetivos específicos que el uso de problemas pueda tener en un determinado marco de aprendizaje.

En el contexto que nos interesa, el de la comprensión de lo *deductivo*, se destina al primer par de acertijos, la mitad de la primera clase del curso alentando el trabajo grupal[11] o la charla con el compañero más próximo, para una posterior puesta en común.

Es de destacar que en la discusión colectiva son especialmente aprovechables las respuestas erróneas, las afirmaciones mal justificadas e incluso las explicaciones de los

[11] Como hemos mencionado, el curso de Lógica I es ofrecido en el primer semestre de la licenciatura y muchas veces ocurre que la clase de Lógica I es la primera clase de algunos estudiantes en la universidad. Por lo tanto, un efecto colateral de esta práctica es que colabora con una primera integración de los estudiantes y la formación de grupos de estudio.

estudiantes que no consiguieron resolverlo. Por eso es interesante, por ejemplo, tener la siguiente estrategia: (1) pedir que levanten la mano quienes tienen la respuesta, (2) preguntar a varios la respuesta (sin la justificación) y (3) pedir a dos o tres que tienen una respuesta equivocada que la comenten justificándola, de modo de motivar el chequeo entre los estudiantes conjuntamente con la explicación de sus razonamientos.

El alentar la presentación de las respuestas equivocadas o las inconclusas apunta a afinar los mecanismos de exposición, justificación y chequeabilidad que se aspira que sean fortalecidos por el curso.

4. Bibliografía

Ertola R. (2002). "La enseñanza de la lógica con el uso de problemas". IV Jornadas de Investigación en Filosofía. La Plata. En: *Revista de Filosofía y Teoría Política. Anexo 2004.*

Molina, M. (2016) *Un primer curso de Lógica. Para estudiantes de Filosofía.*. Edición del autor. CreateSpace Independent Publishing Platform.

Seoane, J. (2014) *Lógica y Argumento*. Montevideo, Udelar.

Smullyan, R. (2007) ¿Cómo se llama este libro? Barcelona, Editorial Cátedra.